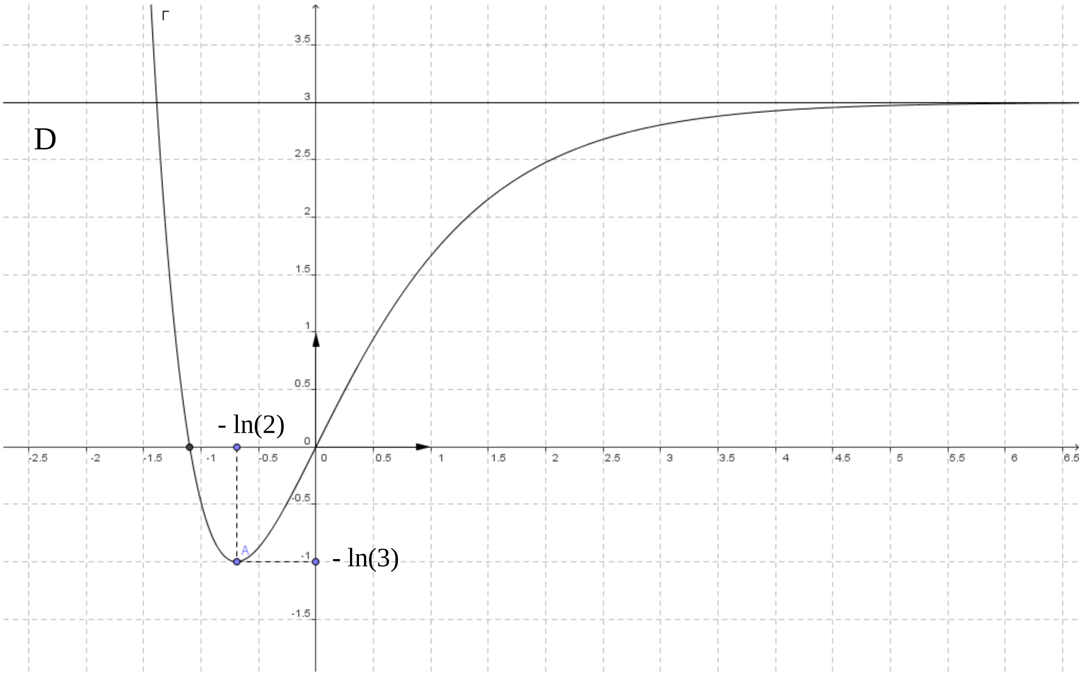
série révision 3

Exercice N°1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

La courbe Γ ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

* La droite D d'équation y =3 est une asymptote à Γ au voisinage de $+\infty$
* Γ admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$
* Γ admet une seule tangente horizontale



1/ Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b) $f(0)$ et $f'(-\ln 2)$

c) Dresser le tableau de variation de f

2/ On suppose que pour tout réel x, $f(x) = e^{-2x} - 4e^{-x} + 3$

Calculer l'aire de la partie du plan limité par Γ, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = -\ln(3)$

Exercice N°2

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher : 7jetons blancs numérotés de 1 à 7 et trois jetons noirs numérotés de 1à 3. On tire simultanément deux jetons de ce sac

1. a) On note A l'événement : « Obtenir deux jetons blancs ». Démontrer que $p(A) = \dfrac{7}{15}$.

   b) On note B l'événement :«Obtenir deux jetons portant des numéros impairs». Calculer $p(B)$.

   c) Calculer $p(A / B)$; Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
2. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de jetons blancs obtenus lors de ce tirage simultané.

   a) Déterminer la loi de probabilité de X.

   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

   c) Calculer l'écart type de X.

Exercice N°3

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = -\dfrac{1}{2} \\ U_{n+1} = U^2_n + 2U_n \end{cases}$

1/a) Vérifier que, pour tout entier naturel n, on a : $1 + U_{n+1} = (1 + U_n)^2$

b) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n > -1$

2/ On considère la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = \ln(1 + U_n)$

a)Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 2 et préciser son premier terme

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ On donne $S = V_0 + V_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + V_{n-1}$

a) Exprimer S en fonction de n

b) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 pour lequel on a : $S \leq -10$

Exercice N°4

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les points $A(1,1,-2);B(1,2,-2)$ et $C(0,1,1)$

1/a) Montrer que les points A,B et C définissent un plan P

b) Vérifier qu'une équation du plan P est : $3x + z - 1 = 0$

2/Soit le point $D(-2,1,3)$

Montrer que ABCD est tétraèdre puis calculer son volume

3/a) Donner une équation cartésienne du plan Q passant par A et perpendiculaire à (AC)

b) Montrer que P et Q sont perpendiculaires suivant (AB)

4/ Soit S_m l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2my + 4z + 4 = 0$; $m \in \mathbb{R}$

a) Montrer que pour tout réel m , S_m est une sphère dont on précisera le centre I_m et le rayon R_m

b) Montrer que I_m décrit la droite (AB) lorsque m varie dans $\mathbb{R}$

c) Déterminer l'intersection de S_m avec le plan P

Exercice N°5

Le plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$,

I- 1/ Calculer $(2-i)^2$

2/ Résoudre dans C l'équation : $Z^2 - (8+5i)Z + 9 + 21i = 0$

II- Soit A , B et C les points d'affixes respectives 3 + 3i ; 5 +2i et 1 +2i.

1/a) Placer les points A ; B et C

b) Calculer AB

c) Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixes z tel que $|z - 3 - 3i| = \sqrt{5}$

2/a) Déterminer $z_{B'}$ l'affixe du point $B' = S_A(B)$

b) Montrer que BB'C est un triangles rectangle en C

c) Soit C' le point d'affixe $z_{C'} = 5+4i$

Montrer que BCB'C' est un rectangle